

文章编号: 1000-0550(2006) 02-0229-06

MATLAB 在碎屑沉积岩矿物含量计算中的应用¹

刘 飞 陈岳龙 蒋丽婷

(中国地质大学地球科学与资源学院 北京 100083)

摘 要 岩石学与地球化学研究中, 岩石中矿物含量的确定是一项重要的基础工作, 传统测定主要依赖偏光显微镜镜下观察统计或进行编程计算, 效率较低。通过实例介绍了使用 MATLAB 工具箱中非线性最小二乘法根据岩石化学与镜下观察到的矿物种类对碎屑沉积岩中矿物含量进行定量计算的应用。计算结果表明, 使用这种计算方法对岩石矿物含量的计算结果明显比显微镜下统计的更准确、快速, 值得推广应用。在使用同时, 也要注意合适的矿物化学组成的正确选取, 以保证计算的真实有效。

关键词 MATLAB 沉积碎屑岩; 矿物含量计算

第一作者简介 刘飞 1979 男 硕士研究生 同位素地球化学

中图分类号 P58 **文献标识码** A

1 引言

MATLAB 是 MAT rix LA B oratory (“矩阵实验室”) 的缩写, 是由美国 M athW orks 公司开发的集数值计算、符号计算和图形可视化三大基本功能于一体、功能强大、操作简单的语言。是国际公认的优秀数学应用软件之一。MATLAB 语言是一个基于矩阵和矢量的高级语言, 简单易学, 又具有面向对象的编程特点, 编程效率高; 有为数众多的应用工具箱, 包括功能性工具箱和学科性工具箱。MATLAB 具备很强的开放性, 除内部函数外, 用户可通过对源文件的修改或加入自己编写的程序语句去构成新的专用工具箱。由于 MATLAB 是在矩阵运算基础上发展起来的新型计算软件, 所以它在解决矩阵计算问题时可谓得心应手。MATLAB 是当前流行和功能强大的科技应用软件和编程语言, 它集数学计算、可视化和编程于一体, 易学易用, 应用十分广泛^[1]。

在地质学研究中, 确定岩石的矿物含量是岩石学与地球化学研究的一项基础工作。以前方法主要靠偏光显微镜进行镜下观察, 通过估计各种矿物在显微镜视域中所占的面积百分比来确定岩石中矿物的含量^[2]。例如黄智龙等用镜下实测法对云南镇沅的煌斑岩矿物含量进行研究, 对新鲜(弱蚀变)样品薄片, 在显微镜下根据矿物蚀变残余和外形判别原矿物, 以统计结果代表煌斑岩原生矿物组合^[3]。显然, 这种依靠镜下人工统计获得矿物含量的方法, 精度难

以保证, 而且工作量大, 难以进行批量分析。另外, 这种方法只有在样品矿物组成比较单一、在镜下矿物分布均匀且矿物颗粒足够大时才有效。而对矿物组成复杂、矿物分布不均或颗粒很小的岩石薄片, 几乎不可能用观察统计的方法了解矿物组成的定量关系。

近年来, 随着测试手段的改进, 计算机的广泛应用及统计计算方法的实践, 对岩石矿物含量进行准确定量分析逐步引起了研究者的重视, Le M aitre 较早提出了解决上述问题的多元线形回归方法^[4], 但计算方法还不够成熟; 陈岳龙根据质量平衡原理, 提出了用线形约束条件下的非线性最优化拟合求得矿物组分含量的方法^[5]; 黄志良用化学成分满足法测算了高分散度粉体的矿物含量^[6]; 黄智龙等利用全岩化学成分测量数据和岩石薄片中出现矿物的化学成分建立线性规划模型, 通过单纯形法计算了蚀变煌斑岩各矿物的含量^[3]; 高楚桥给出了由地球化学测井获得的地质元素(各种氧化物)丰度反演出岩石矿物含量的一种优化算法。其数学模型是求解有约束条件的方程组问题。求解时将问题转化为求极值函数的最优解^[7]。这几种方法相对显微镜下的统计方法而言, 精度有了很大的提高, 但是这几种方法仍然是比较繁琐的, 计算量很大, 不适合做批量计算。

李光明等在对山东某榴辉岩矿床矿物共生组合及铁铝榴石、绿辉石、白云母、金红石特征性成分进行研究, 尝试了将 FeO 、 K_2O 、 Na_2O 、 TD_2 通过换算系数用于该四种矿物含量的间接计算, 或将 TFe_2O_3 用

¹ 国家自然科学基金(批准号: 40234052, 40173007).
收稿日期: 2005-04-21; 收修改稿日期: 2005-07-30

于风化矿石中铁铝榴石含量的间接计算的方法。但正如作者所说,由于换算系数较大,受共生矿物引入特征性成分和测试误差的影响,使得个别样品计算出的矿物总量 > 100%。另外,这种方法还要对铁铝榴石和绿辉石含量进行校正。在求换算系数时要注意被研究矿物的提纯,避免共生矿物成分的干扰,同时特征性成分换算系数的应用,也受地质条件的影响^[8],从而限制了这种方法的推广。

上述人工统计矿物含量的方法难以保证精确度,而应用数学方法来分析矿物含量的研究推导计算过程又过于复杂,计算量大,难以进行批量分析。笔者在使用 MATLAB 后发现其非负线性最小二乘法工具可自动进行数据最优化处理,简单实用,非常适合处理此类问题,特别是批量计算数据,快速,准确,结果表明,计算结果与测试结果拟合度很好。

2 MATLAB在矿物含量计算中的应用

2.1 原理简介

岩石由多种矿物组成,因此岩石中的化学成分的含量实际上是各矿物化学成分与矿物含量加权和。假设岩石由 n 种矿物组成,每个矿物在岩石中含量分别为 A_1, A_2, \dots, A_n ; 同时假设岩石组成中共有 m 种氧化物,第 i 种氧化物在各种矿物的含量分别为 $C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{in}$; 岩石中的各主要氧化物含量分别设为 T_1, T_2, \dots, T_m ; 那么可得到下列线性方程:

$$C_{11}A_1 + C_{12}A_2 + \dots + C_{1n}A_n = T_1$$

$$C_{21}A_1 + C_{22}A_2 + \dots + C_{2n}A_n = T_2$$

.....

$$C_{m1}A_1 + C_{m2}A_2 + \dots + C_{mn}A_n = T_m$$

以矩阵形式可以表示为:

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{m1} & C_{m2} & \dots & C_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_m \end{pmatrix}$$

在实际计算矿物含量过程中必须满足:

$$A_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

在上述矩阵中,各种矿物的主要氧化物含量值 C 可以查表或通过矿物的化学式计算获得,矿物在岩石中含量值 A 待求,所以我们可以得知在得知岩石样品各主要氧化物的含量后,就可以通过 MATLAB 程序对样

品中各矿物含量按照上述矩阵进行非负线性最小二乘法计算,即可求得精确的矿物含量。

2.2 计算过程

MATLAB非负线性最小二乘法数学模型为

$$\min_x \frac{1}{2} \| Cx - d \|^2$$

$$x \geq 0$$

式中,矩阵 C 和向量 d 为目标函数的系数。独立变量向量 x 要求非负。用 `lsqnonneg` 函数求线性问题的非负最小二乘解。其格式为:

$$x = \text{lsqnonneg}(C, d)$$

返回向量 x , 使范数 $(C^* x - d)$ 最小化,约束条件为 $x \geq 0$ 。 C 和 d 必须为实数。

$$[x, \text{resnorm}] = \text{lsqnonneg}(\dots)$$

返回残差的平方范数值 $\text{norm}(C^* x - d)^2$ 。这个值反映了计算所得成分含量值和真实值之间的拟合程度。值小,说明二者拟合较好;如果残差值为 0 则说明二者完全拟合。

2.3 实例应用

本文实例选用的八个岩石样品(表 1)来自导师自然科学基金项目,采自四川松潘—甘孜地块及甘肃省西秦岭地区。在中国地质大学(北京)磨片室制作岩石薄片。镜下观察样品均为中碎屑岩,主要矿物是石英、长石等,这两种主要矿物总含量约占 40% ~ 80%。胶结物主要是方解石,杂基由高岭石、伊利石等粘土矿物构成,各样品还不同程度的存在有磷灰石、磁铁矿、菱铁矿、锆石、榍石等副矿物。岩石化学全分析在中国科学院地质与地球物理研究所进行。结合镜下观察和岩化分析结果,按照国标砂岩和杂砂岩命名三角图解决方案^[10],这些样品除 GWQ-25 为岩屑石英砂岩外,其他均属长石岩屑砂岩或岩屑砂岩。

利用 MATLAB 计算矿物组成需要确定样品中的主要矿物及其主要成分含量,为便于说明问题,我们选蒙脱石、伊利石、斜长石、钾长石、石英、磁铁矿、方解石、菱铁矿、菱镁矿、黑云母、磷灰石等作为岩石中存在的矿物,忽略了含量很低的榍石、锆石等副矿物。八个岩石样品的主要成分测试结果如表 1,计算所用的各矿物化学组成取实测平均值及理论计算值,如表 2 所示。

表 1 松潘—甘孜地块及甘肃部分沉积岩主要氧化物含量分析结果 (%)

Table 1 The analytic results of main oxide contents of partial sedimentary rocks in Songpan-Ganze block and Gansu province (%)

成分	样 号							
	SGZ-04*	SGZ-12	SGZ-72*	SSP-6*	SSP-9	GWQ-22	GWQ-25	GWQ-72
SD ₂	64.24	55.82	69.45	61.63	60.52	81.69	87.98	83.69
Al ₂ O ₃	12.49	3.93	6.93	6.35	9.72	5.84	2.39	5.84
Fe ₂ O ₃	1.32	1.11	1.07	0.78	1.4	0.62	0.72	0.65
FeO	2.67	1.34	1.48	1.66	2.85	1.8	0.77	1.76
MgO	2.43	5.67	1.82	2.44	2.96	1.26	0.68	1.11
CaO	4.46	11.98	7.42	11.45	8.33	2.59	2.29	1.29
K ₂ O	2.17	1.08	1.04	0.98	1.34	0.72	0.53	0.9
Na ₂ O	3.54	0.58	1.52	1.03	1.32	0.94	0.08	1.15
P ₂ O ₅	0.18	0.23	0.11	0.12	0.12	0.128	0.028	0.072

* 数据来源: 陈岳龙. 松潘—甘孜碎屑沉积岩的地球化学与 Sm-Nd 同位素地球化学. 中国地质, 已收稿. 其他数据未发表

表 2 计算使用的各矿物化学组成 (%)

Table 2 The main compositions of minerals for calculation (%)

成分	矿 物										
	蒙脱石*	伊利石**	斜长石*	钾长石*	石英	磁铁矿	方解石	菱铁矿	菱镁矿	黑云母*	磷灰石
SD ₂	53.2	45.2	67.9	64.3	100	0	0	0	0	37.3	0
Al ₂ O ₃	19.2	31.4	19.8	19.4	0	0	0	0	0	15.8	0
Fe ₂ O ₃	2.69	0	0.243	0.34	0	69	0	0	0	6.86	0
FeO	0.31	2.03	0	0	0	31	0	62	0	17	0
MgO	3.32	2.74	0.245	0	0	0	0	0	48	7.64	0
CaO	2.92	0.36	0.255	0.48	0	0	56	0	0	0.754	54.2
K ₂ O	0.491	9.12	0.413	11.8	0	0	0	0	0	7.7	0
Na ₂ O	0.431	1.06	11	2.74	0	0	0	0	0	0.508	0
P ₂ O ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45.8

* 数据来源: 王濮, 潘兆鲁, 翁玲宝, 等. 系统矿物学 (中册). 地质出版社, 1984. 数值为平均值

** 数据来源: 张凤琴. 西藏冈底斯南带和北带两类花岗岩的地球化学特征及地质意义. 中国地质大学 (北京) 硕士学位论文. 2004
其他数据均依照化学式计算而得

计算过程以 SGZ-04 为例说明, 设 c 矩阵为计算使用的各矿物化学组成 (即表 2), d 矩阵代表 SGZ-04 岩化分析测定值 (表 1), 在 MATLAB 界面英文输入状态下录入:

```

c = [
53.2 45.2 67.9 64.3 100 0 0 0 0 37.3 0
19.2 31.4 19.8 19.4 0 0 0 0 0 15.8 0
2.69 0 0.243 0.34 0 69 0 0 0 6.86 0
0.31 2.03 0 0 0 31 0 62 0 17 0
3.32 2.74 0.245 0 0 0 0 0 48 7.64 0
2.92 0.36 0.255 0.48 0 0 56 0 0 0.754 54.2
0.491 9.12 0.413 11.8 0 0 0 0 0 7.7 0
0.431 1.06 11 2.74 0 0 0 0 0 0.508 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 45.8];

d = [
64.24
12.49
1.32
2.67
2.43
4.46
2.17
3.54
0.18];

[lsqnonneg(c,d)]
[norm(c*lsqnonneg(c,d)-d)]
ans = //返回计算结果//
0
0 1971
    
```

Q 2976	斜长石	29.76%
Q 0212	钾长石	2.12%
Q 3377	石英	33.77%
Q 018	磁铁矿	1.8%
Q 073	白云石	7.3%
Q 0276	菱铁矿	2.76%
Q 0379	菱镁矿	3.79%
0	黑云母	0
Q 0039	磷灰石	0.39%

ans = //返回计算结果残差的平方范数 //
8.66E-14

由显示结果可知,该样品各矿物含量依次为:
蒙脱石 0
伊利石 19.71%

残差的平方范数值 8.66×10^{-14} 很小,表明计算结果与测试结果拟合的非常好。

依次对八个岩石样品进行计算,结果如表 3 所示。

表 3 由 MATLAB 计算的各样品的矿物含量
Table 3 The results of mineral contents for samples calculated by MATLAB

矿物	样 号							
	SGZ-04	SGZ-12	SGZ-72	SSP-6	SSP-9	GWQ-22	GWQ-25	GWQ-72
蒙脱石	0	0	0.0593	0.0852	0.1868	0.114	0.0317	0.0585
伊利石	0.1971	0.0864	0.1051	0.0992	0.1324	0.0694	0.0564	0.0913
斜长石	0.2976	0.0386	0.1257	0.0807	0.0999	0.0743	0.0006	0.0935
钾长石	0.0212	0.0234	0	0	0	0	0	0
石英	0.3377	0.4779	0.53	0.4713	0.3782	0.6744	0.8371	0.7011
磁铁矿	0.018	0.0158	0.0128	0.0077	0.0127	0.0043	0.0092	0.0068
白云石	0.073	0.2081	0.1258	0.1965	0.1352	0.0365	0.0382	0.0173
菱铁矿	0.0276	0.0109	0.0138	0.0193	0.0344	0.024	0.0058	0.0218
菱镁矿	0.0379	0.113	0.0272	0.0389	0.0407	0.014	0.0088	0.0134
黑云母	0	0	0	0	0	0	0	0
磷灰石	0.0039	0.005	0.0024	0.0026	0.0026	0.003	0.0007	0.0017
Σ	1.014	0.9791	1.0021	1.0014	1.0229	1.0139	0.9885	1.0054
残差平方范数	4.33E-14	4.22E-14	4.46E-14	3.54E-14	2.60E-14	1.30E-13	1.30E-13	1.16E-13

求和计算与残差平方范数结果均可表明这种方法相当精确。与其他方法相比,批量计算优势明显。

3 讨论与结论

为比较计算效果,笔者用 MATLAB 对黄志良《化学成分满足法测算高分散度粉体的矿物含量》一文中的矿物含量按照作者提供的数据进行了编程计算,结果与文中所提的化学成分满足法计算值完全一致,表明用 MATLAB 进行的矿物含量分析结果是很准确的;对前述陈岳龙、高楚桥两文^[5,7]中的数据进行计算,部分结果略有差异,但用 MATLAB 计算的矿物含量误差较小。

考虑到有些矿物成分复杂,不同岩性中的同种矿

物在化学成分含量上会有所差异,可能会影响计算的结果,笔者尝试对陈岳龙一文^[5]中计算所用的斜长石数据替换为参考文献[9]所列斜长岩所含斜长石化学成分数据(%),如下:

SiO₂ Al₂O₃ Fe₂O₃ FeO MgO CaO Na₂O K₂O
43.88 36.18 0.08 0 0 19.37 0.22 0

替换前后分别利用 MATLAB 计算的结果与原文实测数据的比较如表 4

斜长石数据替换后的结果与原文数据及实测数据相比相差甚远,可见,使用不同岩性的同种矿物成分进行计算的结果可能是不同的,因此在使用 MATLAB 进行岩石矿物含量分析时,要注意计算所用的矿物成分含量值的选取。

表 4 计算结果对比

Table 4 The comparison of analytical results

矿物	样 号				样 号				样 号			
	86XHJ-6 ¹	DX-27 ¹	HN-21 ¹	XW-14 ¹	86XHJ-6 ^④	DX-27 ^④	HN-21 ^④	XW-14 ^④	86XHJ-6 ^{④②}	DX-27 ^{④②}	HN-21 ^{④②}	XW-14 ^{④②}
斜长石	35.21	37.19	30.73	33.06	30~45	40~50	25~40	30	3.25	4.3	7.18	10.44
钾长石	24.2	25.5	31.21	14.95	25~50	10~15	30~45	30~35	6.29	6.48	19.5	6.16
黑云母	3.5	0.41	4.68	4.79	2~6	0	5~7	5~10	0	0	3.67	3.97
白云母	0	0	0	11.94	0	8~12	0	0	31.03	31.45	20.44	28.7
角闪石	0	0	0	0	0	0	0	0	4.79	0.82	0	0
磁铁矿	0.68	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
石榴石	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
榍石	0	0	0	1.61	0	0	0	0	0	0	0	0
石英	36.22	36.22	31.93	34.31	25~30	30~50	25~30	25~30	53.27	55.13	46.42	49.06

¹ 参考文献 [5] 数据 MATLAB 计算结果

^④ 参考文献 [5] 实测结果

^{④②} 斜长石数据替换后的 MATLAB 重新计算结果

笔者用本文表 2 的矿物成分含量值对黄智龙等人的《云南镇沅金矿区煌斑岩矿物含量统计及其意义》一文中的数据进行分析,发现部分结果差异较大。原因可能有二:一是由于作者观察统计精度不够所致,二则是由于作者未给出计算所用的矿物成分含量值,而笔者所用的沉积岩矿物成分含量不适用于蚀变煌斑岩。

MATLAB 使用方便、简单易学,本文介绍的定量计算沉积岩矿物含量的方法同样适用于其他类型的岩石矿物分析,与镜下观察统计及编程计算方法相比,MATLAB 快速、准确,批量计算中效率高,误差小,对简化同类数据处理步骤,提高工作效率有重要的意义,值得推广应用。同时也要注意,使用 MATLAB 进行岩石矿物含量分析时,要注意计算所用的矿物成分含量值应选取已有同类岩石的矿物含量值,以确保计算的真实有效。

MATLAB 功能强大,特别适合于解决涉及矩阵运算的相关问题,本文的论述仅是非线性最小二乘法的应用。MATLAB 还有很多的功能适用于地学领域,相信随着研究的深入及 MATLAB 应用的不断普及,MATLAB 一定会在地学领域发挥更大的作用,也希望本文能起到抛砖引玉的作用。

参考文献 (References)

1 苏金明,张莲花,刘波,等. MATLAB 工具箱应用. 北京: 电子工业出版社, 2004 [Su Jiming Zhang Lianhua Liu Ba et al Application of MATLAB Toolbox Beijing Publishing House of Electronics Industry, 2004]
 2 张蓓莉,高岩,奥岩. 翡翠及相关玉石饰品的矿物组成及含量激光拉曼光谱无损分析. 宝石和宝石学杂志, 2001, 1(1): 22~26 [Zhang Beili Gao Yan, Ao Yan. Application of laser Raman Spectrometer on non-destructive analysis of mineral constituents and mineral

contents in jadeite and related jades Journal of Gems & Gemmology 2001, 1(1): 22~26]
 3 黄智龙,朱丹. 云南镇沅金矿区煌斑岩矿物含量统计及其意义. 地质地球化学, 1997 (3): 19~24 [Huang Zhilong Zhu Dan The statistics and significance of mineral contents for lamprophyres in Zhenyuan gold deposit Yunnan province Geology Geochemistry 1997 (3): 19~24
 4 Le Maitre R W. Numerical Petrology. Amsterdam: Elsevier Science Publishing Corporation, 1982 80~105
 5 陈岳龙. 结晶岩中造岩矿物含量的定量计算方法. 岩石学报, 1993, 9(1): 86~93 [Chen Yue long A quantitative method for calculating modes of rock-forming minerals in crystalline rocks Acta Petrologica Sinica 1993 1: 86~93]
 6 黄志良. 化学成分满足法测算高分散度粉体的矿物含量. 武汉化工学院学报, 1995, 17(3): 45~49 [Huang Zhiliang The method of satisfied chemical compositions for determination and calculation of mineral content of undue pulverous materials Journal of Wuhan Institute of Chemical Technology, 1995 17(3): 45~49]
 7 高楚桥. 利用地球化学测井信息反演岩石矿物含量的一种优化算法. 江汉石油学院学报, 1999 21(4): 26~28 [Gao Chuqiao An optimum algorithm to inverse geochemical logging data to the composition of rock materials Journal of Jianghan Petroleum Institute 1999 21(4): 26~28]
 8 李光明,陈昭奎. 山东省某榴辉岩矿床矿物含量计算方法的研究与应用. 中国非金属矿工业导刊, 2001, (2): 21~24 [Li Guangming Chen Zhaokui The research and application of calculational methods about a eclogite deposit mineral contents Shandong province China Non-metallic Mining Industry Herald, 2001, (2): 21~24]
 9 王 濮,潘兆橧,翁玲宝,等. 系统矿物学(中册). 北京:地质出版社, 1984 39~461 [Wang Pu Pan Zhaokui, Weng Lingbao et al Systemic Mineralogy. Beijing Geological Publishing House 1984 39~461]
 10 GB/T 17412-1998. 岩石分类和命名方案·沉积岩岩石的分类和命名方案. [GB/T 17412-1998. Classification and nomenclature schemes of the rocks classification and nomenclature schemes of sedimentary rock]

The Application of MATLAB in Calculation of Mineral Contents in Clastic Sedimentary Rocks

LU Fei CHEN Yue-long JIANG Li-ting

(China University of Geosciences Beijing 100083)

Abstract The calculation of mineral contents in rocks is an important basal work in geochemistry and petrology. The traditional methods mainly depend on microscope-observation and programme calculation, which are useful when the mineral compositions are simple, but these methods will be inefficient when the mineral contents are complex. This paper presents the Nonnegative linear least square method of MATLAB – a quick and precise method of calculating mineral contents of detrital rocks with some examples. The results show that it's more accurate and quick to use MATLAB than other methods. Simultaneously, when use MATLAB, pay attention to choosing the appropriate data to ensure the authenticity of the results.

Key words MATLAB, mineral contents, calculation

会议消息

沉积地质专业委员会、沉积学专业委员会受到表彰

在 2006 年 2 月 26 日结束的中国地质学会第 38 届理事扩大会议上, 来自各省、自治区、直辖市地质学会和各专业委员会、研究分会、工作委员会的 21 个单位荣获学会 "先进集体" 称号, 受到大会表彰, 沉积地质专业委员会名列其中。

表彰决定指出: 在中国地质学会第 37 届理事会期间 (2000–2006 年), 沉积地质专业委员会等单位 "认真落实科学发展观, 改革创新, 锐意进取, 充分发挥自身优势, 在学术活动、科学普及、组织建设、人才举荐、科技咨询服务等方面取得了很大成绩"。

在此之前, 沉积学专业委员会在中国矿物岩石地球化学学会第六次全国会员代表大会上已获得该学会第五届理事会期间 "先进集体" 称号。

上述成绩的取得是沉积地质专业委员会和沉积学专业委员会全体委员、全国沉积学工作者努力的结果, 荣誉也将成为沉积地质专业委员会和沉积学专业委员会争取做出更大成绩的新的动力。

中国地质学会沉积地质专业委员会
中国矿物岩石地球化学学会沉积学专业委员会
2006 2 28